

DS04 Ch 2: Suite numérique Ch3: Dérivée	- 1_SPE MATHS_15	Le 13/12/2020 Durée: 1h30
Calculatrice non autorisée Aucun document autorisé Toute réponse doit être justifiée Réponses sur feuilles doubles numérotées		

<https://www.mathexien.com>

Exercice 1: (5 points)

Soit une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 10$ et de raison $r = -3$

- 1.1. Exprimer la relation de récurrence de cette suite.
- 1.2. Déterminer une forme explicite pour cette suite.
- 1.3. Etudier les variations de cette suite.
- 1.4. Calculer la somme des n premiers termes de la suite.

Exercice 2: (5 points)

Soit $f(x) = x^2 + x + 1$ et a un réel

- 2.1. Calculer le taux de variation de f en a
- 2.2. Déterminer la dérivée de f en a
- 2.3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a

Exercice 3: (5 points)

Dizay a 1000 points.

Chaque jour:

- comme il dit des bêtises, il perd 10% de ses points.
- comme il s'excuse avant de sortir, il gagne 200 points.

- 3.1. Soit u_n une suite représentant le nombre de points le jour n , calculez ses 4 premiers termes.
- 3.2. Exprimer une relation de récurrence pour cette suite.
- 3.3. Soit $v_n = u_n - 2000$, démontrer que cette suite est géométrique et en donner une forme explicite.
- 3.4. En déduire, la limite du nombre de points de Dizay.

Licence CC BY-CC-SA

Exercice 4: (5 points)

Achille fait la course avec la tortue.

Achille court deux fois plus vite. Sa vitesse est: $v_A = 10 \text{ m/s}$

Au départ, la tortue a une avance d'une distance: $d_0 = 100 \text{ m}$

On va considérer des étapes à chaque fois qu'Achille atteint la position qu'avait la tortue précédemment.

On considère les suites:

- a. t_n représentant la durée pour qu'Achille atteigne la position précédente de la tortue ($\forall n \geq 1$)
- b. u_n représentant la position d'Achille à l'étape n
- c. v_n représentant la position de la tortue à l'étape n
- d. $d_n = v_n - u_n$ représentant la distance entre Achille et la tortue à l'étape n

A l'étape 0, on a:

- a. $t_0 = 0$ représentant le temps à l'étape 0
- b. $u_0 = 0$ représentant la position d'Achille à l'étape 0
- c. $v_0 = 100$ représentant la position de la tortue à l'étape 0
- d. $d_0 = 100$ représentant la distance entre Achille et la tortue à l'étape 0

Il faut une durée t_1 pour qu'Achille atteigne la position où était la tortue à l'étape 0, sa position est alors u_1 et celle de la tortue v_1 .

Il faut ensuite une durée t_2 pour qu'Achille atteigne la position où était la tortue à l'étape 1, sa position est alors u_2 et celle de la tortue v_2

Il faut ensuite une durée t_3 pour qu'Achille atteigne la position où était la tortue à l'étape 2, sa position est alors u_3 et celle de la tortue v_3

Ainsi de suite, ...

- 4.1. Déterminer la valeur des 3 premiers termes de chaque suite
- 4.2. Déterminer une relation de récurrence pour chaque suite
- 4.3. Déterminer une formule explicite pour la suite t_n
- 4.4. Calculer la somme de tous les termes de la suites t_n jusque'à l'étape n

Exercice Bonus: (optionnel)

- 4.5. Calculer la limite de la somme des termes de la suites t_n
- 4.5. La distance d_0 , la vitesse d'Achille v_A et la vitesse de la tortue v_T sont maintenant quelconques, reprenez les questions précédentes.