

**DS03**

## Suites

Durée de l'épreuve : **01h55***L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.**Le candidat répond sur feuilles doubles numérotées et garde l'énoncé.**Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.**La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte.***Exercice 1 (5 points)**

1. Soit la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $u_n = 2 - n$ 
  - a. Calculer ses 3 premiers termes.
  - b. Déterminer si elle est géométrique, arithmétique ou ni l'un ni l'autre.
  - c. Donner sa définition par récurrence.
  - d. Déterminer son sens de variation.
  - e. Déterminer la somme de ses  $n$  premiers termes.
  
2. Soit la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :
$$\begin{cases} v_0 = -5 \\ v_{n+1} = n + v_n + 1 \end{cases} \quad \text{pour tout entier naturel } n$$
  - a. Calculer la valeur des 3 premiers termes.
  - b. Déterminer si elle est géométrique, arithmétique ou ni l'un ni l'autre.
  - c. Déterminer son sens de variation.

**Exercice 2 (5 points)**

Au départ, Oscar n'était pas là et il n'y avait pas de minions.

Ensuite, Oscar est venu et depuis, chaque jour il y a le double du nombre de minions du jour précédent plus 10 nouveaux minions.

1. Soit  $(u_n)$  la suite représentant le nombre de minions le jour  $n$ .
  - a. Calculer les 4 premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
  - b. Donner une formulation par récurrence de la suite  $(u_n)$ .
2. Soit  $(a_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par :  $a_n = u_n + 10$ 
  - a. Démontrer que la suite  $(a_n)$  est une suite géométrique de 1er terme 10 et de raison 2.
  - b. Déterminer une formulation explicite de la suite  $(a_n)$ .
3. En déduire le nombre de minions au bout d'une année.

**Question Bonus :** On a maintenant, chaque jour,  $a$  minions additionnels plus  $b$  fois le nombre de minions du jour précédent. Déterminer le nombre de minions au bout d'une année.

**Exercice 3 (5 points)**

Soit une feuille carrée de côté de longueur  $a$ .

La feuille est complètement blanche initialement ; puis, chaque jour, on colorie la moitié de la surface blanche restante.

Soit la suite numérique  $(b_n)$  modélisant la surface blanche le jour  $n$  et la suite  $(c_n)$  modélisant la surface coloriée

1. Représenter les différents états de la feuille depuis la situation initiale jusqu'au 3ème jour.
2. Calculer les 4 premiers termes des suites  $(b_n)$  et  $(c_n)$ .
3. Donner une formulation par récurrence des suites  $(b_n)$  et  $(c_n)$ .
4. Déterminer une formulation explicite des suites  $(b_n)$  et  $(c_n)$ .

**Exercice 4 (5 points)**

On propose trois formules pour creuser un puits :

- Formule A : 5000 Dh dès le départ plus 1000 Dh par mètre creusé.
- Formule B : le premier mètre creusé coûte 800 Dh et chaque mètre creusé supplémentaire coûte 100 Dh de plus que le précédent.
- Formule C : le premier mètre creusé coûte 500 Dh et chaque mètre creusé supplémentaire coûte 10% de plus que le précédent.

Soit les suites  $(a_n)$ ,  $(b_n)$  et  $(c_n)$  modélisant le coût d'un puits de  $n$  mètres pour la formule A, la formule B et la formule C respectivement.

Pour chaque formule :

1. Calculer le coût d'un puits de 1 mètre, 2 mètres et 3 mètres.
2. Donner une formulation par récurrence de la suite associée au coût d'un puits de  $n$  mètres.
3. Déterminer une formulation explicite de la suite associée au coût d'un puits de  $n$  mètres.
4. Comparer son avantage par rapport aux autres formules.

<p>- <i>Je suis trop fort en Maths</i> - <i>Prouve le !</i> - <i>Donne moi un calcul</i> - <math>746 \times 607 ?</math> - <i>ça fait 42 552</i> - <i>mais c'est faux !</i> - <i>oui, mais c'était rapide !</i></p>
---