

Correction Évaluation 02

Suites

Durée de l'épreuve : **30 minutes**

Le candidat répond sur l'énoncé.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte.

1. Déterminer la variation de la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - n^2 - 3n - 2 \quad \text{pour tout entier naturel } n \end{cases}$$

$$u_{n+1} - u_n = -n^2 - 3n - 2 = -(n^2 + 3n + 2) = -(n+1)(n+2) < 0 \quad \text{car } n \geq 0$$

Donc la suite (u_n) est strictement décroissante.

2. Déterminer la variation de la suite définie par $u_n = -n^2 - 3n - 2$ pour tout entier naturel n .

Soit $f(x) = -x^2 - 3x - 2$. On a $u_n = f(n)$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = -\frac{3}{2} \\ a < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f \text{ décroissante sur } \left[-\frac{3}{2}; +\infty\right[\Rightarrow f \text{ décroissante sur } [0; +\infty[$$

$\Rightarrow (u_n)$ décroissante

3. Déterminer la variation de la suite définie ci-dessous puis conjecturer sur sa limite éventuelle :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 1 - u_n \quad \text{pour tout entier naturel } n \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} u_0 = 1 \text{ et } u_1 = 1 - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_1 - u_0 = -1 < 0 \\ u_1 = 0 \text{ et } u_2 = 1 - 0 = 1 \quad \Rightarrow \quad u_2 - u_1 = 1 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow (u_n) \text{ n'est pas monotone}$$

On constate que la suite prend cycliquement les valeurs 1 et 0 donc on peut conjecturer qu'elle n'a pas de limite.

4. Soit (u_n) une suite arithmétique de raison -3 et de premier terme $u_3 = 10$.

- a. Donner les trois premiers termes de la suite (u_n) .

$$u_3 = 10; u_4 = 10 - 3 = 7; u_5 = 7 - 3 = 4$$

- b. Donner la définition par récurrence de la suite (u_n) .

$$\begin{cases} u_3 = 10 \\ u_{n+1} = u_n - 3 \quad \text{pour tout entier naturel } n \geq 3 \end{cases}$$

- c. Déterminer la définition explicite de la suite (u_n) et en déduire la valeur de u_{100} .

$$u_n = 10 - 3 \times (n - 3) = 19 - 3n \quad \text{pour tout entier naturel } n \geq 3$$

$$u_{100} = 19 - 3 \times 100 = 19 - 300 = -281$$

- d. Donner la variation de la suite (u_n) et conjecturer sur sa limite éventuelle.

La raison est négative donc la suite est décroissante et sa limite est $-\infty$.