

DS03

Divisibilité

Durée de l'épreuve : **55 minutes***L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.**Le candidat répond sur feuilles doubles numérotées et garde l'énoncé.**Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.**La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte.***Exercice 1**

1. Déterminer tous les entiers naturels x et y tels que $x^2 = y^2 + 15$
2. Déterminer tous les entiers relatifs x et y tels que $7x^2 = xy + 25$

Exercice 2

1. Déterminer tous les entiers relatifs n tels que $n + 3$ divise $n - 5$.
2. Déterminer tous les entiers naturels inversibles modulo 7.

Exercice 3

1. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation $7x \equiv 112 [11]$
2. Déterminer le reste de la division euclidienne de 20^{24} par 3.

Exercice 4

1. Démontrer la compatibilité de la relation de congruence avec la multiplication.
2. Démontrer le critère de divisibilité par 9 à l'aide de congruences.

Exercice bonus (optionnel)

Démontrer le critère de divisibilité par 11 décrit ci-dessous :

un nombre est divisible par 11 si, et seulement si, la différence entre son nombre de dizaine et son chiffre des unités est divisible par 11.