

DS 01

Nombres Complexes : point de vue algébrique

Durée de l'épreuve : **55 minutes***L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.**Le candidat répond sur feuilles doubles numérotées et garde l'énoncé.**Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.**La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte.***Exercice 1**

Mettre sous forme algébrique :

1. $z = (1 + 2i)(1 - 2i)(1 + i)$

2. $z = \frac{1}{i - 1}$

3. $z = \frac{1 + 2i}{i - 2}$

Exercice 2Résoudre dans \mathbb{C} les équation ci-après :

1. $z = 1 - \bar{z}$

2. $z^2 - z = -1$

3. $4z^4 - 1 = 0$

Exercice 3Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^4 - 3z^3 + 4z^2 - 3z + 1 = 0$.**Exercice 4**Soit le nombre complexe $z = x + iy$, avec x et y des réels, tel que : $z^2 = i$

1. Montrer que $z^2 \cdot \overline{z^2} = 1$

2. Montrer que $x^2 + y^2 = 1$.

3. Résoudre l'équation $z^2 = i$.

Exercice 5

1. Soit $P_2(z) = a_2z^2 + a_1z + a_0$ un polynôme de degré 2 à coefficient réels.

Soit z_1 et z_2 les racines, éventuellement confondues, de $P_2(z)$ dans \mathbb{C} .

Montrer que $z_1 + z_2 = -\frac{a_1}{a_2}$ et que $z_1 \times z_2 = \frac{a_0}{a_2}$.

2. Soit $P_3(z) = a_3z^3 + a_2z^2 + a_1z + a_0$ un polynôme de degré 3 à coefficient réels.

Soit z_1 , z_2 et z_3 les racines, éventuellement confondues, de $P_3(z)$ dans \mathbb{C} .

Montrer que $z_1 + z_2 + z_3 = -\frac{a_2}{a_3}$ et que $z_1 \times z_2 \times z_3 = -\frac{a_0}{a_3}$.

Exercice bonus (optionnel) Résoudre $z^2 = a + ib$.