

**DS05**

## Nombres complexes

Durée de l'épreuve : **55 minutes***L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.**Le candidat répond sur feuilles doubles numérotées et garde l'énoncé.**Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.**La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte.***Exercice 1** Déterminer la forme exponentielle des nombres :

1.  $i$

2.  $-3$

3.  $1 + i$

4.  $-1 + i$

5.  $7\sqrt{3} - 7i$

**Exercice 2** A l'aide de la formule de Moivre, exprimer pour tout réel  $\theta$  :

1.  $\cos(3\theta)$  en fonction de  $\cos(\theta)$

2.  $\sin(3\theta)$  en fonction de  $\sin(\theta)$

**Exercice 3** Donner, sous forme algébrique, les solutions de :

1.  $z^3 = 1$

2.  $z^3 = (1 - i)^3$

3.  $z^5 = 4 + 4i$

**Exercice 4** Déterminer la nature du polygone formé par les points dont les affixes sont solutions de :

$$(z + 1)(z^2 - 2z + 2) = 0$$

**Exercice 5** Déterminer l'ensemble des points  $M$  du plan complexe d'affixe  $z$  tel que :

1.  $|z - 1 + i| = 3$

2.  $|1 - i\bar{z}| = |\bar{z} - 2 - 3i|$

3.  $\frac{z + 1}{z + i}$  soit réel

**Exercice bonus 1 (optionnel)** Déterminer une formulation explicite d'une suite arithmético-géométrique de matrices.**Exercice bonus 2 (optionnel)** Mon 1er est la deuxième moitié de  $K$ , mon 2ème est le centre de  $K$ , mon tout caractérise  $K$  (sans être 1000K), qui suis-je ?