Thème 2: Binaire - Circuit - Codage

#3 Circuit et Logique Booléenne

Sommaire

Sommaire 1

Le transistor 2

Mission 3.1. 2

Mission 3.2. 3

Les portes logiques 4

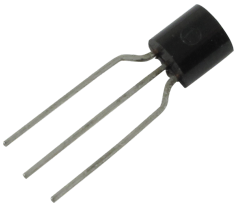
Mission 3.3. 5

Mission 3.4. 5

L'objectif de cette activité est de:

- découvrir le fonctionnement de base d'un circuit numérique combinatoire
- simplifier une fonction logique par l'algèbre booléen ou les tables de Karnaugh
- réaliser un circuit combinatoire d'une machine à partir de sa table de vérité

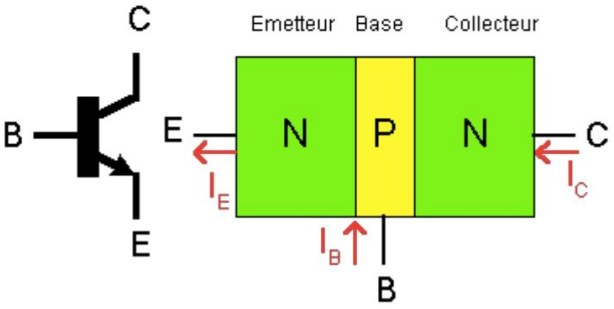
Le transistor



Le transistor est un dispositif semi-conducteur inventé en 1947.

Son fonctionnement peut être vu comme un interrupteur commandé, si la broche du milieu est :

- à une tension haute alors le courant passe entre les deux autres broches
- à une tension basse alors le courant ne passe pas entre les deux autres broches

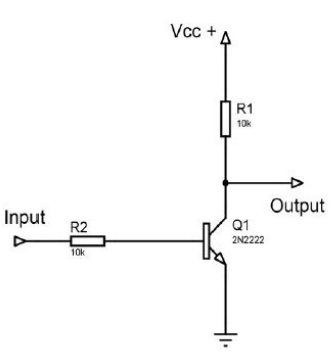


Sa miniaturisation a permis l'explosion de l'électronique numérique et de l'informatique.
Un microprocesseur grand public contient plusieurs milliards de transistors.

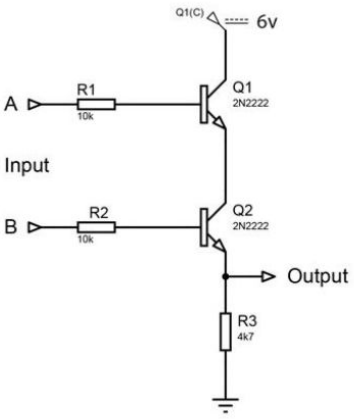
##

Mission 3.1.

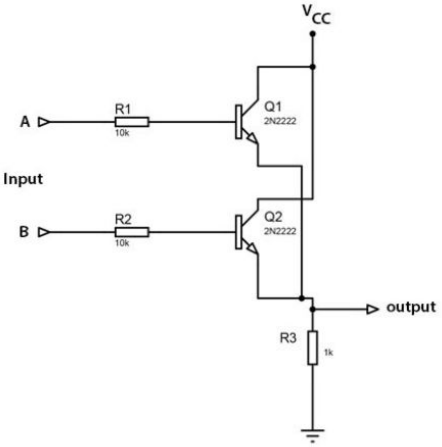
Établir les tables de vérités des circuits ci-dessous.
Lier le résultat aux fonctions binaires étudier en #1



Circuit 1



Circuit 2

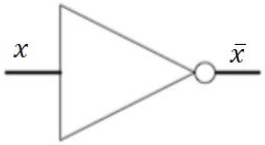
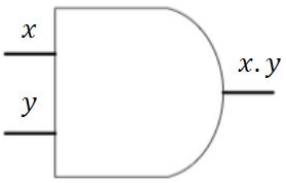
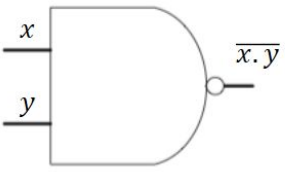


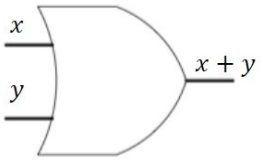
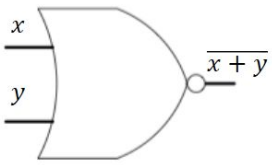
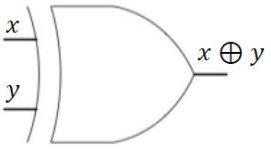
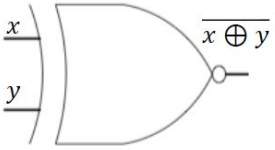
Circuit 3

##

Les portes logiques

Briques de base des circuits numériques, les portes logiques interconnectées vont nous permettre d'implémenter nos fonctions logiques et de réaliser les circuits de nos machines.

		
NOT (Non)	AND (Et)	NAND (Non Et)

			
OR (Ou)	NOR (Non Ou)	XOR (Ou Exclusif)	XNOR (Non Ou Exlusif)

Pour trouver la fonction logique et réaliser un circuit à partir d'une table de vérité, on peut:

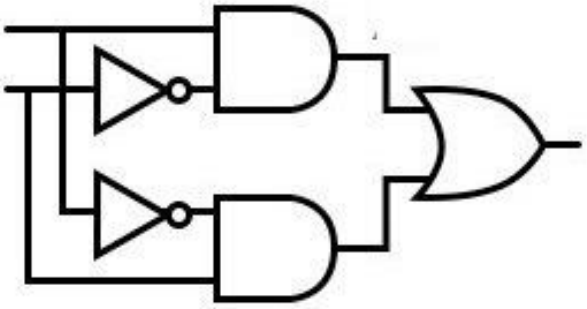
1. identifier les combinaisons des entrées (And) des entrées qui donnent un en sortie
2. réaliser un "OR" entre ces combinaisons

Exemple:

x	y	$s = x \ XOR \ y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Fonction logique: $s = x \ XOR \ y = (\overline{x} \ And \ y) \ Or \ (x \ And \ \overline{y})$

Circuit



##########

Mission 3.2.

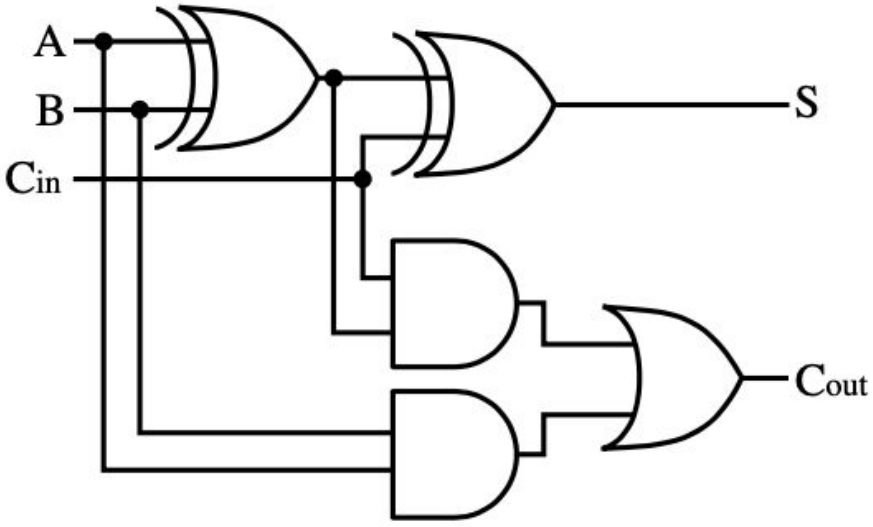
Réaliser le circuit d'une sortie de la machine à café du #1

##########

##########

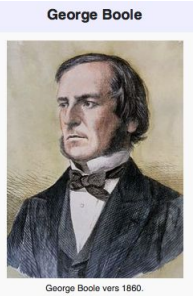
Mission 3.3.

Établir la table de vérité du circuit ci-dessous.
En déduire la fonction de ce circuit.



##########

Algèbre de Boole



George Boole vers 1860.

On construit cet algèbre sur l'ensemble {0; 1} munie des opérations :

- And représenté par le fois de la multiplication : " · "
- Or représenté par le plus de l'addition : " + "
- Not représenté par la barre de négation : " $\overline{\ }$ "

qui respecte les axiomes et propriétés :

Commutativité	$x + y = y + x$	$x.y = y.x$
Associativité	$x + (y + z) = (x + y) + z$	$x.(y.z) = (x.y).z$
Distributivité	$x + (y.z) = (x + y).(x + z)$	$x.(y + z) = (x.y) + (x.z)$
Complément	$x + \bar{x} = 1$	$x.\bar{x} = 0$
Elément neutre	$x + 0 = x$	$x.1 = x$
Elément absorbant	$x + 1 = 1$	$x.0 = 0$
Idempotence	$x + x = x$	$x.x = x$
Involution	$\bar{\bar{x}} = x$	
Absorption	$x + x.y = x$	$x.(x + y) = x$
Loi de Morgan	$\overline{x + y} = \bar{x}.\bar{y}$	$\overline{x.y} = \bar{x} + \bar{y}$
	$x + \bar{x}.y = x + y$	$x.(\bar{x} + y) = x.y$

##

Mission 3.4.

Simplifier à l'aide de l'algèbre de Boole la sortie choisie de la machine à café dans le 3.3

##

Table de Karnaugh

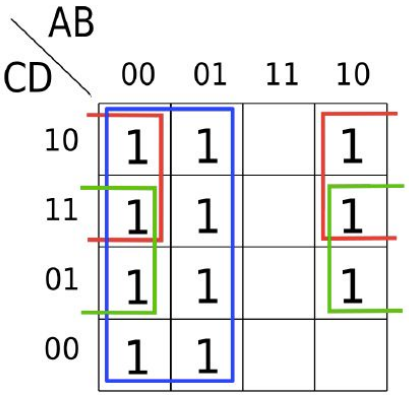
Les tables de Karnaugh permettent de simplifier plus visuellement une expression booléenne :

1. On constitue la table de vérité en matrice de code de Gray (un seul bit changé à la fois)

2. On encadre tous les 1 avec des rectangles :
   - ➢ le nombre d'éléments doit être une puissance de 2
   - ➢ on peut prolonger les rectangles sur les côtés
   - ➢ on peut les superposer

3. On simplifie l'expression d'un rectangle par un And des entrées qui ne varient pas

4. On ajoute ces expressions avec un Or



Dans cet exemple, on aura: $S = C.\overline{B} + \overline{A} + D.\overline{B}$

##########

Mission 3.5.

Simplifier à l'aide d'une table de Karnaugh la sortie choisie de la machine à café dans le 3.3

##########